Graph Model for Geomtry

Graph Model for Geometry

H.B. Nielsen[2], Niels Bohr Institut, and Astri Kleppe

"Bled" , July , 2025

[2]Speaker at the Work Shop "What comes beyond the Standard Models" in Bled.

Random Dynamics Spirit

Hope that almost any speculative model should give the right theory in the limits in which we see it.
Good excuse for e.g. a graph model:
we do not have to believe really that universe was a graph but just hope that our model does not matter so much, so also a graph would be o.k..

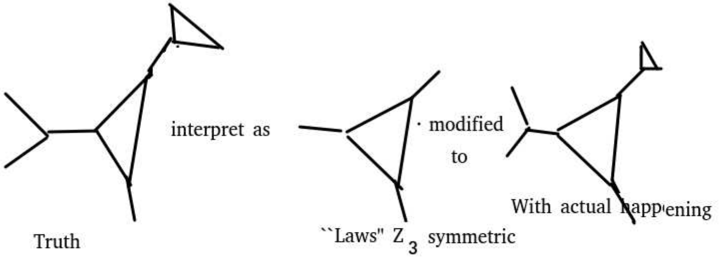
Parts:

- Tight Packing Here we speculate on how a graph of a complicated type with some regularity and some randomness may be put into a lattice like structure, suggestively in 5 dimensional Lobachevski space.
- Using Limit to Border Here we speculate how to interprete the border of the Lobachevski space of dimension 5 to be a projective space(time) with 4 dimensions.
- Quantum mechanics This would be work rather with Keiichi Nagao (but intend not to speak about that, not much at leaast.)

Symmetries ?

A random graph (or other structure) almost certainly **not symmetric**.
But use **separation between laws and "initial" conditions (= what actually happens)**.
Then **laws symmetric**,
but **actual happening not symmetric**.
In this way the symmetry could just be invented from what appears approximately (Then symmetries could be claimed in random dynamics way by themselves, because not fundamentally put in; rather there appear some randomly occuring approximate symmetries, which get declared as symmetries,leaving the rest as "actually happening".

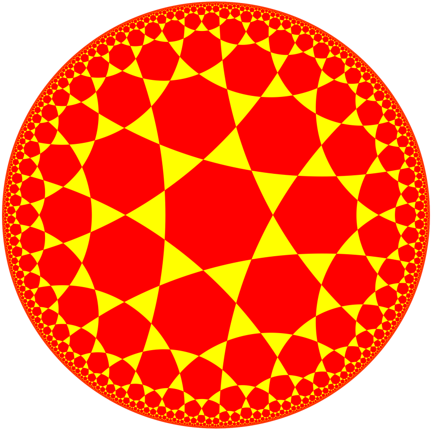
How Symmetries can Appear “by themselves”, by seperating out “what actually happens” from “laws”



How could Determinism have come, if some randomness fundamentally?

If the world we see is identified with some **limit** of the fundamental structure (the graph), the fluctuations being random could average out.
I. e. we suggest that the world as we see it is always some average over an infinity of elents in the graph.

A figure that could be interpreted as a graph. Lobachevski plane.



Astri Astri Kleppe, “A tight packing problem” # 5 A. Kleppe (Jul, 2002) Published in: Bled Workshops Phys 3 (2002) 4, 52-70 • Contribution to: International Workshop on What Comes Beyond the Standard Model?

Vi kan vel knap tænke os en Verden uden tid og rum

Hvordan bare at beskive, hvad tid og rum er?
Det er inddeling af alt det, vi ved/kan vide noget om i Verden.
Så ved vi at f. eks. tiden er en indeling i nærmest uendelig mange tidspunkter, idet vi ikke ved nogen grænse for hvor korte tidintervaller kunne give mening i fysikken (Vel?, muligvis Planck-længden/ Planck-tiden -defineret fra naturkonstanter, navnlig Newtoons tyngdekraft konstant - er det mindste tidsinterval).
Vi ved også at tiden siden big bang eller engang da universet var meget stærkt kontraheret i forhold til idag er 13.8 milliarder år.
Naturligt at tænke på tids-aksen som bestående af **reelle tal**.

Vi skal også forklare selve geometrien; hvad er rummet? og tiden?

Geometrien

Hvorfor har vi netop den Euklidiske geometri, eller rettere Einsteins Riemann geoemtri ? (Vi arbejder på det.)

- **Projektiv geoemetri** Vi tynder ud i begreberne i den Euklidiske geoemtri, som I kender bedst.
- **Felter $g^{\mu\nu}$ giver så afstande** Efter Einsteins almene relativitetsteori er den Euklidiske geometri ikke helt rigtig. End ikke den projektive.
- **Lave goemetri** Hvordan skulle "man" (Gud og Ærkeenglene) bare have fundet på den projektive geometri?

Ideen at smide nogle af geometriens begreber væk

Vi har i geometrien:

- punkter, linier,planer,... kan skære hinaden eller ej.
- Afstande
- vinkler

I projektiv geometri holder man kun punkter,linier, planer,... og så laver man et lille trik med “linier og planer i det uendelige.”

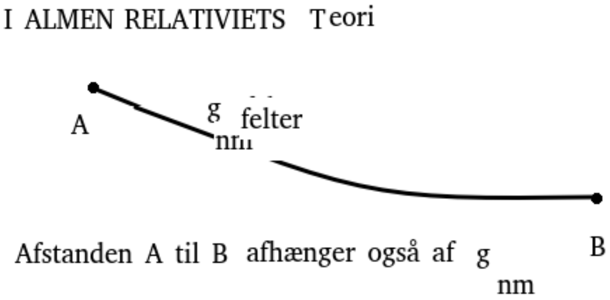
Flere Symmetrier, når man smider afstandsbegrebet væk

Euklidisk linies symmetri: Skub alle punkter det samme stykke vej i samme retning langs linien.

Projektiv geometri symmetri også : Kontraktion, der formindsker alle intervaller med samme faktor.

Den projektive linie har endda endnu flere symmetrier foruden de her nævnte.

I Almen Relativitetsteori er afstande afhængig af et sæt af felter g_{nm}

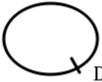


Projektiv geoemtri, en linie

Almindelig Euklidisk linie fortsætter uendeligt til begge sider.

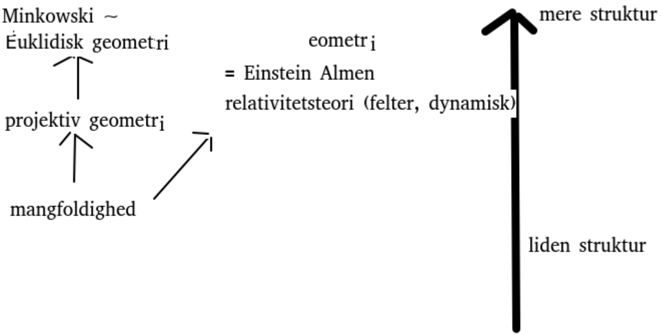
Den projektive linie er udstyret med et enkelt ekstra punkt ved uendelig så man kan gå ud til plus uendelig og komme tilbage via minus uendelig.

Topologisk er den projektive linie altså en cirkel:

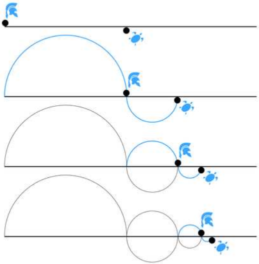


Det uendelige punkt

Man kan sætte flere og flere lag af struktur på sin geometri (=geoemetriske teori).



Zeno Paradoks



Tilfældig dynamik: Ærkeenglene og Gud legermed byggeklodser (historie af: Astri Kleppe)

Det var langt tilbage, før tiden, før det hele, at Ærkeenglene og Gud endag besluttede at lege med et nyt legetøj.
Det var en meget simpelt anordning med det formål at skabe sjove mønstre ved at forbinde klatter til hinanden.
Gud elskede numre havde indtil nu brugt klatterne til at skabe nye tal. Ud fra et givent nummer oprettede han et nyt ved at tilføje 1.
En af Ærkeenglene var især glade for tallene og organiserede dem på
forskellige måder. Det var sådan, at han opdagede, at hvis du tager tre par, får du få samme mængde klatter, som når du tager to gange tre.

Historien af Astri Kleppe fortsat

Den anden Ærkeengle engagerede sig i legen, og hurtigt havde de organiseret tallene i lige og ulige tal, og muntrede sig med at finde ud af, hvordan man organiserede hvert nummer i sæt af to, eller tre, eller fire eller fem, og så videre; det var sådan, de indså, at nogle af numrene ikke ønskede at blive organiseret på den måde.
Gud blev meget opstemt. "Jeg kan virkelig godt lide det her," sagde han, "de her tal er på en måde primære, jeg tror, jeg vil kalde dem primtal".
En meget fræk, lille Ærkeengel kom en dag til med tråde, som han fastgjort til klatterne. "På denne måde kan vi binde dem sammen," forklarede hun.
Alle satte straks tråde til deres klatter, og skabte et enormt rod.
Gud måtte gribe ind.

"Nej, nej, nej," sagde han, "lad os gå tilbage til trin et: Lad os tage en klat," han tog en nøgen klat og holdt den op foran Ærkeenglene, der stirrede på det med blanke øjne: "Nu sætter vi kun en tråd til den," fortsatte han og holdt sin op klat med den dinglende tråd.

"Jeg vil have jer til at holde styr på, hvad I gør," forklarede han, "fordi ellers vil vi ikke være i stand til at spore vores skridt tilbage. Nu beder jeg jer alle om at bygge jeres mønstre på denne måde, trin for trin,

og så kan vi sammenligne, hvilke metoder der er de bedste, i den forstand at de skaber de flotteste mønstre."

Alle fik meget travlt.

En af Ærkeenglene ønskede et system, hvor hver klat havde et lige antal tråde knyttet til sig, og en anden ærkeengel foretrak én indledende klat med én indledende tråd, der blev fæstnet til en ny klat, hvortil der var knyttet tre tråde osv.

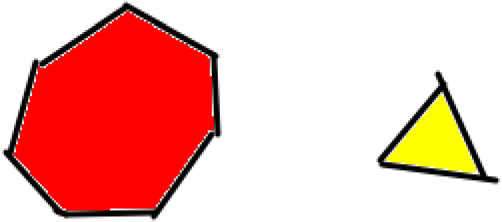
To Ærkeengle begyndte at samarbejde om at sammensætte loops med syv klatter i hver, andre eksperimenterede med forskellige lukkede loops.
Så! En tidlig morgen var der sket noget: et af mønstrene så ud til at løbe løbsk: nye tråde begyndte at knytte sig til klatter, og nye tråde og nye klatter dukkede op fra ingenting, mønsteret blev bare ved med at vokse.
Da Gud blev alarmeret, nikkede han og sagde: "Dette er netop, hvad jeg
forventet. Jeg har opdaget, at der ingen ende er på antallet af tal, haha, og jeg tror det samme gælder for disse mønstre. Jeg vil kalde dem grafer, fordi de er ligesom tegninger, og nu, mine venner, tegner vi en
uendelig verden. Da det i sin mangfoldighed skaber én helhed, vil jeg
kalde det for universet."

Om eftermiddagen kom de alle sammen for at få kaffe (og te) i Guds
store, hyggelige bibliotek, og diskuterede de seneste begivenheder.
Gud så meget tilfreds ud.
Han tog sine briller af, og mens han fraværende pudsede dem, nikkede han til sine ærkeengle og sagde: "Så nu ved vi, hvordan man skaber et univers ved at kombinere de rigtige grafer. Uriel, det var dig, der startede dette, vil du venligst fortælle os, hvordan det skete?"
Uriel rødmede og stirrede på sin kop.
Så mumlede han: "Ja, det var mig der startede det, men jeg lavede så mange forskellige mønstre, at jeg ikke aner hvilket af dem, der stak af på denne måde. Det beklager jeg."
Gud rystede på hovedet.

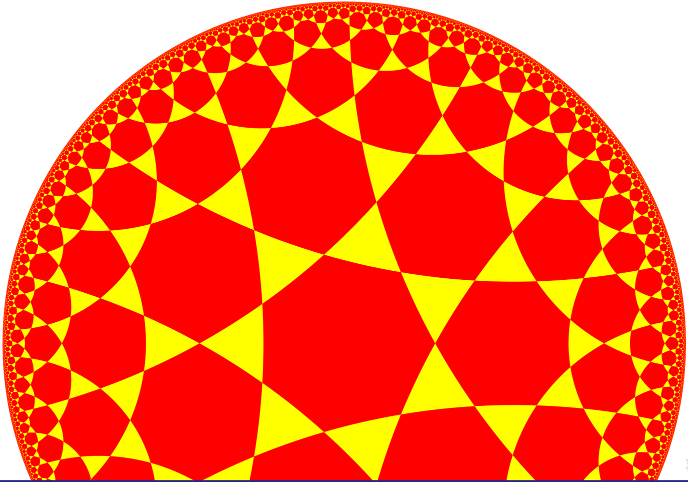
"Jeg sagde, at du skulle holde styr på, hvad du lavede," sagde han, "nå, jeg tror vi er nødt til at lade dig lege en gang til og love mig at være mere organiseret denne gang."
Slutning af Astri Kleppe's historie.

"Tilfældig Dynamik"(min kæledække-teori): Leg tilfældigt med regler for bygning med byggeklodser f. eks.

F.eks. nu sætter jeg regulære syvkanter sammen med trekanter så de mødes med fire hjørner -to trekanter og to syvkanter -,ja så laver vi hele figuren på den måde.



En Figur med symmetri som en vis graf med 7-kanter og link som mødes i hvert vertex



Om Figuren med de Uendelig mange trekanter og syvkanter

Bemærk:

- Figuren er uendelig i den forstand at der er uendelig mange både trekanter og syvkanter.
  Faktisk er der kun tælleligt mange af dem.(Man kan angive en måde at tælle dem på en snedig spiral, uden at tælling nogensinde ville blive gennemført.)
- Man kan hoppe fraf.eks trekant til trekant og gå ud mod kanten på også uendeligt mange måder. Vi kan definere grænsepunkter for sådanne ture ud mod grænsen (altså cirklen omkring figuren).
  Men antallet af disse grænsepunkter er ikke engang et tælleligt antal.

Forsat egenskaber af figuren af trekanter og syvkanter

- Figuren har i det mindste approximativt symmetri både af typen, der drejer cirklen rundt og af typer, der kontraherer cirklen nogle steder og udvider den andre steder.Der er faktisk approksimativt en Møbius gruppe af symmetrier.

Main point: Byggeklods konstruktioner efter simple regler kan give f. eks. den projektive geometri (for en linie i eksemplet)

Den ret simple regel om at bygge trekanter og syvkanter giver en figur, med en rand, der faktisk er en cirkel, med symmetrier, der også involverer, hvad der lokalt er enskaling i størrelse.
Faktisk kan randen identificeres med den projektive linie(en linie i projektiv geometri)
Så “man” kan næsten tilfældig lave en konstruktion, der som rand, har den geometri, som med nogle ekstra felter(metrikken $g_{\mu\nu}$) kan blive til den teori vi finder i fysikken.

En Graf med samme symmetri som figuren med trekanter og syvkanter

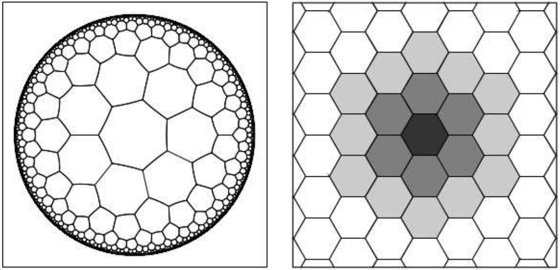


Figure 1: (a) Left: A non-Euclidean tiling of the disk by 'regular' heptagons. (b) Right: A Euclidean tiling of the plane by regular hexagons.